Если

$$a:b=c:d$$

и

$$c:d=e:f,$$

то

$$a:b=e:f, \tag{11}$$

а с этими равными отношениями можно образовать такое же равное новое, именно:

$$(a+c+e):(b+d+f); \tag{12}$$

но если

$$a:b=c:d$$

и

$$c:d>e:f,$$

то

$$a:b>e:f. \tag{13}$$

Чтобы дать образец доказательства у Эвклида, рассмотрим предложение 8, в котором, если $a>b$, требуется определить два таких целых числа $m$ и $n$, что $ma>nc>mb$; для этого надо заменить названное требование следующими условиями, имеющими место, согласно определению 4:

$$mb>c \quad \text{и} \quad m(a-b)>c,$$

$$(n-1)c\leqslant mb<nc;$$

откуда следует, что

$$nc<ma.$$

Предложения 9 и 10, являющиеся обратными по отношению к 7 и 8, могут быть доказаны способом от противного.

В предложении 14 с помощью предыдущих предложений доказывают, что если

$$a:b=c:d,$$

то $a \gtreqless c$ влечет за собой $b \gtreqless d$.

В предложении 15 с помощью 12 доказывают, что

$$ma:mb=a:b.$$

Предложения 16—19 содержат ряд преобразований пропорции

$$a:b=c:d;$$

из нее получают:

$$a:c=b:d, \tag{16}$$

$$(a-b):b=(c-d):d, \tag{17}$$

$$(a+b):b=(c+d):d, \tag{18}$$

$$a:b=(a-c):(b-d). \tag{19}$$

Предложения 16 и 17 доказываются с помощью определения 5; кроме того, для предложения 16 пользуются еще обоими преды-